

ΘΕΜΑ 1^ο

A1. Σχολικό σελ.31,

A2. α) Σχολικό σελ. 65, β) σχολικό σελ 87

A3. α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Σ

ΘΕΜΑ 2^ο

B1. $f'(x) = x^2 - 6x + 5$, $x \in \mathbb{R}$

B2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$ $\Delta = 36 - 20 = 16$, $x = \frac{6 \pm 4}{2} \Leftrightarrow x = 5$ ή $x = 1$

X	$-\infty$	1	5	$+\infty$	Γνησίως Αύξουσα στο	$(-\infty, 1]$, $[5, +\infty)$
f'	+	○	-	○	+	
f	↗		↘		↗	Γνησίως Φθίνουσα στο $[1, 5]$

Τοπικό Μέγιστο: $f(1) = \frac{1}{3} - 3 + 5 + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$

Τοπικό Ελάχιστο: $f(5) = \frac{1}{3} \cdot 125 - 3 \cdot 25 + 25 + \frac{1}{3} = \frac{126}{3} - 75 + 25 = 42 - 50 = -8$

B3. $f(0) = \frac{1}{3}$, $f'(0) = 0 - 0 + 5 = 5$

Το σημείο επαφής $A(0, 1/3)$ ανήκει στη εφαπτόμενη ευθεία: $\frac{1}{3} = 0 + \theta$

$$(\varepsilon): y = 5x + \frac{1}{3}$$

$$\text{B4. } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = f'(-1) = 1 + 6 + 5 = 12$$

ΘΕΜΑ 3^ο

Γ1. Υπολογίζουμε το όριο με το οποίο θα βρούμε την τυπική απόκλιση: $s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{2x - 2}$

Παραγοντοποιούμε το τριώνυμο.

Λύνουμε την εξίσωση: $x^2 + 6x - 7 = 0$, $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 36 + 28 = 64$,

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -7$$

Αντικαθιστούμε στο όριο: $s = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)(x+7)}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+7}{2} = 4$

Γ2. $CV = 0.2 \Leftrightarrow \frac{S}{\bar{x}} = 0.2 \Leftrightarrow 0.2 \bar{x} = 4 \Leftrightarrow \bar{x} = 20$

Γ3. Η μέση τιμή: $\frac{22 + 18 + 20 + k + 14 + 16}{5} = 20 \Leftrightarrow 90 + k = 100 \Leftrightarrow k = 10$

Τοποθετούμε σε αύξουσα σειρά τις παρατηρήσεις: 14,16,18,22,30 . Η διάμεσος είναι: $\delta = 18$.

Γ4. Προσθέτουμε 10% σε κάθε παρατήρηση: $\bar{y} = \bar{x} + 0.1 \bar{x} \Leftrightarrow \bar{y} = 1.1 \bar{x}$

Αντικαθιστούμε: $S_y = 1.1 \cdot S$

Επομένως ο νέος συντελεστής μεταβολής: $CV_y = \frac{1.1 S}{1.1 \bar{x}} = CV_x \Leftrightarrow CV_y = 20\%$

ΘΕΜΑ 4^ο

Δ1. Από Πυθαγόρειο θεώρημα: $y^2 = 10^2 - x^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{100 - x^2}$

Πεδίο Ορισμού: $x > 0$ και $y > 0$ επομένως $100 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0, 10)$

Δ2. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{100-x^2}} \cdot (100-x^2)' \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{100-x^2}}$

Ρυθμός Μεταβολής για $x=8$: $f'(8) = -\frac{8}{\sqrt{36}} = -\frac{4}{3}$

Δ3. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{(\sqrt{100-x^2}-8)(\sqrt{100-x^2}+8)}{(x-6)(\sqrt{100-x^2}+8)} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{100-x^2-64}{(x-6)(\sqrt{100-x^2}+8)} = \frac{-6-6}{8+8} = \frac{-3}{4}$

Δ4. $x_1 < x_3 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$

x	0	10
f'	■	
f	↘	

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

Τα φειντά θέματα αξιολογούνται ως βατά, χωρίς ιδιαίτερες εκπλήξεις. Καλύπτουν το μεγαλύτερο κομμάτι της ύλης με κλιμακωτό βαθμό δυσκολίας. Ωστόσο, το άριστα θα μπορούσε να το εξασφαλίσει ο καλά προετοιμασμένος μαθητής τόσο στην θεωρία όσο και στην μεθοδολογία επίλυσης των ζητουμένων.

Επιμέλεια Απαντήσεων:

Λάλος Θωμάς
Καζιακούρας Ιωάννης